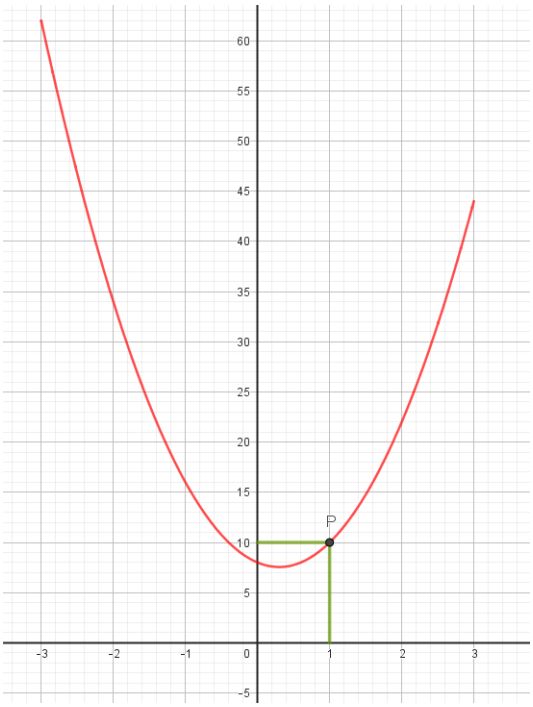
Corrigé

1) **Partie graphique.**

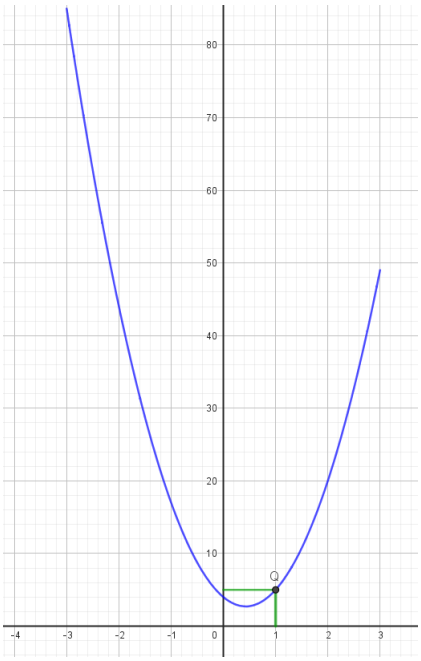
a) Déterminons si la courbe représentative de la fonction f est la figure 1 ou la figure 2.

La fonction f est telle que $f(1) = 10$ de telle sorte que la courbe représentative de la fonction f passe par le point de coordonnées $\big(1; f(1)\big)$ soit $(1; 10)$.

Dans la figure 1, le point P d'abscisse 1 a pour ordonnée 10.

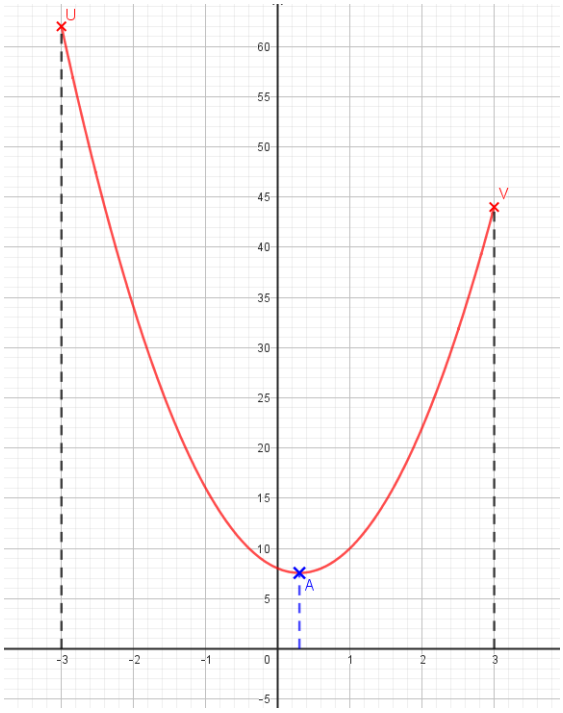


Dans la figure 2, le point Q d'abscisse 1 a pour ordonnée 5.



Par suite, la courbe représentative de la fonction f est la figure 1.

b) Par lecture graphique,



le tableau des variations de la fonction f est

x	-3	x_A	3
$f(x)$	y_U ↘	y_A	↗ y_V

d'où

x	-3	~ 0.3	3
$f(x)$	~ 62 ↘	~ 7.5	↗ ~ 44

c) Le minimun de la fonction f est $y_A \sim 7.5$ et il est atteint en $x_A \sim 0.3$.

2) **Partie calculatoire**

La fonction $f(x)$ est définie par la formule $f(x) = 5x^2 - 3x + 8$.

a) Calculons $f\left(\frac{3}{10}\right)$.

$$\begin{aligned} f\left(\frac{3}{10}\right) &= 5\left(\frac{3}{10}\right)^2 - 3\left(\frac{3}{10}\right) + 8 \\ &= 5\frac{9}{100} - \frac{9}{10} + 8 \end{aligned}$$

$$= \frac{45}{100} - \frac{90}{100} + \frac{800}{100}$$
$$= \frac{755}{100}$$
$$= \frac{151}{20}$$
$$= 7.55$$

b) Vérifions l'égalité $f(x) - f\left(\frac{3}{10}\right) = 5\left(x - \frac{3}{10}\right)^2$.

D'une part

$$f(x) - f\left(\frac{3}{10}\right) = 5x^2 - 3x + 8 - \frac{151}{20}$$
$$= 5x^2 - 3x + \frac{9}{20}$$

D'autre part

$$5\left(x - \frac{3}{10}\right)^2 = 5\left[x^2 - 2 \times \frac{3}{10} \times x + \left(\frac{3}{10}\right)^2\right]$$
$$= 5\left(x^2 - \frac{3}{5}x + \frac{9}{100}\right)$$
$$= 5 \times x^2 - 5 \times \frac{3}{5}x + 5 \times \frac{9}{100}$$
$$= 5x^2 - 3x + \frac{9}{20}$$

c) Déterminons le minimun de la fonction f et en quel réel ce minimum est atteint.

Puisque $f(x) - f\left(\frac{3}{10}\right) = 5\left(x - \frac{3}{10}\right)^2$ et $5\left(x - \frac{3}{10}\right)^2 \geq 0$,

on obtient que, pour tout nombre réel x,

$$f(x) - f\left(\frac{3}{10}\right) \geq 0$$

soit

$$f(x) \geq f\left(\frac{3}{10}\right)$$

de telle sorte que le minimum de la fonction f est $f\left(\frac{3}{10}\right) = \frac{151}{20} = 7.55$ et qu'il est atteint en $\frac{3}{10} = 0.3$.